# Paragraph-1

## સ્વાધ્યાય

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

   (a) 1 લાખ = ________ દસ હજાર

   (b) 1 મિલિયન = ________ સો હજાર

   (c) 1 કરોડ = ________ દસ લાખ

   (d) 1 કરોડ = ________ મિલિયન

   (e) 1 મિલિયન = ________ લાખ

2. યોગ્ય રીતે અલ્પવિરામ મૂકો અને સંખ્યા લખો :

   (a) તોંતેર લાખ પંચોતેર હજાર ત્રણ સો સાત

   (b) નવ કરોડ પાંચ લાખ એકતાળીસ

   (c) સાત કરોડ બાવન લાખ એકવીસ હજાર ત્રણ સો બે

   (d) અઠ્ઠાવન મિલિયન ચારસો ત્રેવીસ હજાર બસો બે

   (e) ત્રેવીસ લાખ ત્રીસ હજાર દસ

3. અલ્પવિરામ યોગ્ય રીતે મૂકો અને ભારતીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં લખો.

   (a) 87595762   (b) 8546283   (c) 99900046   (d) 98432701

4. આંતરરાષ્ટ્રીય પદ્ધતિ પ્રમાણે અલ્પવિરામ યોગ્ય રીતે મૂકો અને આંતરરાષ્ટ્રીય સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં લખો.

   (a) 78921092   (b) 7452283   (c) 99985102   (d) 48049831

### વ્યવહારમાં મોટી સંખ્યાઓ

અગાઉના વર્ગોમાં, આપણે શીખ્યાં કે આપણે **સેન્ટિમીટર (સેમી)**નો લંબાઈના એકમ તરીકે ઉપયોગ કરીએ છીએ. પેન્સિલની લંબાઈ, પુસ્તક અથવા નોટબુક્સની પહોળાઈ વગેરે માપવા માટે આપણે સેન્ટિમીટરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આપણી માપપટ્ટી પર સેન્ટિમીટર દર્શાવેલ છે.

પેન્સિલની જાડાઈ માપવા માટે સેન્ટિમીટર મોટું માપ છે, તેથી આપણે **મિલિમીટર (મિમી)**નો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

**પ્રયત્ન કરો.**

1. કેટલા સેન્ટિમીટર એક કિલોમીટર બનાવે છે?
2. ભારતનાં પાંચ મોટાં શહેરોનાં નામ આપો. તેમની વસ્તી શોધો. ઉપરાંત, આ શહેરોની દરેક જોડી વચ્ચેનું અંતર કિમીમાં શોધો.

(a) 10 મિલિમીટર = 1 સેન્ટિમીટર

વર્ગખંડની લંબાઈને માપવા માટે અથવા શાળા-ઇમારત માટે સેન્ટિમીટર એ ખૂબ નાનું માપ છે. આથી આપણે મીટરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

(b) 100 સેમી = 1 મીટર

1000 મિલિમીટર = 1 મીટર

જ્યારે આપણે દિલ્હી અને મુંબઈ અથવા ચેન્નઈ અને કોલકાતા જેવાં શહેરો વચ્ચે અંતર માપવું હોય તો મીટર બહુ નાનું માપ પડે છે. આ માટે આપણે કિલોમીટર (કિમી)ની જરૂર પડે છે.

(c) 1000 મીટર = 1 કિલોમીટર

કેટલા મિલિમીટર 1 કિલોમીટર બનાવે છે?

1 મીટર = 1000 મિમી

1 કિમી = 1000 મીટર = 1000 × 1000 મિમી = 10,00,000 મિમી

ચોખા કે ઘઉં ખરીદવા બજારમાં જઈએ ત્યારે આપણે તેને કિલોગ્રામ (કિગ્રા)માં ખરીદીએ છીએ. પરંતુ આદુ અથવા મરચાં જેવી વસ્તુઓ જે આપણે મોટા જથ્થામાં જરૂર નથી, એને આપણે ગ્રામમાં ખરીદીએ છીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે,

1 કિલોગ્રામ = 1000 ગ્રામ

શું તમે દવાની ગોળીઓનું વજન જોયું છે ? જે મિલિગ્રામમાં હોય છે.

1 ગ્રામ = 1000 મિલિગ્રામ

**પ્રયત્ન કરો.**

1. કેટલા મિલિગ્રામ એક કિલોગ્રામ બનાવે છે?
2. એક ખોખામાં 2,00,000 દવાની ગોળીઓ સમાય છે. દરેક ગોળીનું વજન 20 મિલિગ્રામ છે. તો બોક્સમાંની બધી ગોળીઓનું કુલ વજન મિલિગ્રામ અને કિલોગ્રામમાં શોધો.

પાણી ભરવાની એક ડોલની ક્ષમતા શું છે? તે સામાન્ય રીતે 20 લિટર ($l$) હોય છે. ક્ષમતા લિટરમાં માપવામાં આવે છે, પરંતુ ક્યારેક આપણને નાના એકમ મિલિલિટરની જરૂર પડે છે. હેર ઓઈલની એક બોટલ, સફાઈ પ્રવાહી અથવા ઠંડાં પીણાંમાં લેબલ હોય છે જે મિલિલિટર (ml)માં પ્રવાહીની ક્ષમતા દર્શાવે છે.

1 લિટર = 1000 મિલિલિટર

નોંધનીય બાબત એ છે કે, આ તમામ એકમોમાં આપણે કિલો, મિલિ અને સેન્ટિ જેવા કેટલાક શબ્દોનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. તમે યાદ રાખો કે કિલો સૌથી મોટું અને મિલિ સૌથી નાનું માપ છે. કિલો 1000 ગણું મોટું બતાવે છે, મિલિ 1000 ગણું નાનું બતાવે છે.

1 કિલોગ્રામ = 1000 ગ્રામ

1 ગ્રામ = 1000 મિલિગ્રામ

તેવી જ રીતે સેન્ટિમીટર એ મીટરથી 100 ગણું નાનું બતાવે છે, એટલે કે 1 મીટર = 100 સેન્ટિમીટર

# Paragraph-2

## સંખ્યાની વિભાજ્યતાની ચાવીઓ (Divisibility of Numbers)

38ને કઈ સંખ્યા વડે ભાગી શકાય છે? 2 વડે? 4 વડે? કે 5 વડે?

વાસ્તવમાં, આ 38 સંખ્યાને ભાગાકાર કરીને આપણે શોધી શકીએ છીએ કે તે 2 વડે ભાગી શકાય તેવી છે, પણ 4 કે 5 દ્વારા નહિ.

ચાલો, જોઈએ કે આપણે કોઈ રચના શોધી શકીએ કે જે આપણને કહી શકે કે સંખ્યા 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 કે 11 દ્વારા ભાગી શકાય છે કે નહિ. શું તમને લાગે છે કે આ પ્રકારની રચના સરળતાથી જોઈ શકાય?

**10ની વિભાજ્યતાની ચાવી :** ચારુ 10ના અવયવી જોઈ રહી હતી. અવયવી 10, 20, 30, 40, 50, 60, ..... છે. તેને આ સંખ્યાઓમાં કંઈક સામાન્ય જોવા મળ્યું. તમે કહી શકો છો કે તે શું છે? આ દરેક સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 છે.

તેણીએ એકમનો અંક 0 હોય તેવી થોડી વધારે સંખ્યા વિચારી. જેમ કે, 100, 1000, 3200, 7010. તેણીએ એ પણ જોયું કે, આ તમામ સંખ્યાઓને 10 વડે ભાગી શકાય છે.

તે શોધે છે કે **જો કોઈ સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 હોય, તો તેને 10 વડે ભાગી શકાય છે.**

શું તમે 100 માટે વિભાજ્યતાનો નિયમ શોધી શકો છો?

**5ની વિભાજ્યતાની ચાવી :** મણિએ સંખ્યા 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, .... માં એક રસપ્રદ રચના શોધી છે. શું તમે તે રચના કહી શકો છો? એકમનો અંક જુઓ. આ બધી સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આ સંખ્યાઓને 5 વડે ભાગી શકાય છે.

મણિએ 5 વડે ભાગી શકાય તેવી વધુ સંખ્યાઓ વિચારી. જેમ કે 105, 215, 6205, 3500. ફરીથી, આ સંખ્યાઓમાં તેમના એકમના અંકમાં 0 અથવા 5 છે.

તેણે સંખ્યા 25, 56, 97ને 5 દ્વારા ભાગાકાર કરવાનો પ્રયાસ કર્યો. શું તે કરી શકશે? તે તપાસો. તે નોંધે છે કે જે સંખ્યામાં કે એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 હોય, તેને જ 5 વડે ભાગી શકાય છે. અન્ય સંખ્યાઓમાં શેષ વધે છે.

શું 1750125 ને 5 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે?

**2ની વિભાજ્યતાની ચાવી :** ચારુ કેટલાક અવયવી જેમ કે 10, 12, 14, 16નું અવલોકન કરે છે અને 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 જેવી સંખ્યાનું પણ અવલોકન કરે છે. તે એકમના

અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના શોધે છે. શું તમે કહી શકો છો? આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર ફક્ત 0, 2, 4, 6 અને 8 છે.

તેણી આ સંખ્યાઓનો ભાગાકાર 2 વડે કરે છે અને તેને શેષ 0 મળે છે.

તે એ પણ શોધે છે કે 2467, 4829 સંખ્યાઓને 2 વડે ભાગી શકાય નહિ. આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 નથી.

આ નિરીક્ષણોને જોતાં તે નિષ્કર્ષ કાઢે છે કે જો એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 હોય, તો તેને જ 2 વડે ભાગી શકાય છે.

**3ની વિભાજ્યતાની ચાવી** : 21, 27, 36, 54, 219 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? હા, ભાગી શકાય છે.

શું 25, 37, 260 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? ના.

શું તમે એકમના અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના જોઈ શકો છો? ના, આપણે જોઈ શકતા નથી. કારણ કે એકમના અંકના સ્થાન પર સમાન અંક હોય જેમ કે 27ને 3 વડે ભાગી શકાય છે. પણ જેમ કે 17, 37 ને 3 વડે ભાગી શકાય નહિ. ચાલો, હવે 21, 36, 54 અને 219ના અંકોના સરવાળાનો પ્રયાસ કરીએ. શું તમે કંઈક ખાસ અવલોકન કરો છો? $2 + 1 = 3$, $3 + 6 = 9$, $5 + 4 = 9$, $2 + 1 + 9 = 12$. આ તમામ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.

25, 37, 260ના અંકોનો સરવાળો કરો. આપણે $2 + 5 = 7$, $3 + 7 = 10$, $2 + 6 + 0 = 8$ મળે છે.

આ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય તેવું નથી. આપણે કહી શકીએ કે જો અંકોનો સરવાળો 3નો અવયવી છે, તો પછી તે સંખ્યાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.

શું 7221 ને 3 વડે ભાગી શકાય?

**6ની વિભાજ્યતાની ચાવી :** શું તમે એક સંખ્યાને ઓળખી શકો છો જે 2 અને 3 બંને દ્વારા ભાજ્ય છે? આવી એક સંખ્યા 18 છે. શું 18 એ $2 \times 3 = 6$ દ્વારા ભાગી શકાય છે? હા, ભાગી શકાય છે.

18 જેવી કેટલીક વધુ સંખ્યાઓ શોધો અને તપાસો કે તે 6 દ્વારા પણ ભાગી શકાય છે.

શું તમે ઝડપથી એક સંખ્યા વિચાર કરી શકો છો જે 2 વડે ભાગી શકાય છે તેવી છે પણ 3 દ્વારા નહિ?

હવે, 3 વડે ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા, પણ 2 વડે નહિ.

એક ઉદાહરણ 27 છે. શું 27ને 6 વડે ભાગી શકાય? ના. 27 જેવી સંખ્યા શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

આ અવલોકનો પરથી આપણે તારણ કાઢ્યું કે **જો સંખ્યાને 2 અને 3 વડે ભાગી શકાય તેવું હોય તો તેને 6 વડે ભાગી શકાય છે.**

# Paragraph-3

1. રેખાખંડનાં બે અંત્યબિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર તે તેની લંબાઈ છે.
2. માપપટ્ટી અને દ્વિભાજક એ રેખાખંડની લંબાઈની સરખામણી કરવામાં ઉપયોગી છે.
3. ઘડિયાળના કાંટા એક સ્થિતિમાંથી બીજી સ્થિતિમાં ખસે છે. ખૂણા માટેનાં ઉદાહરણો આપણી પાસે છે.

   કાંટાનો એક આંટો એ એક પરિભ્રમણ (ચક્ર) છે.

   *કાટખૂણો* એ $\frac{1}{4}$ પરિભ્રમણ છે અને *સરળકોણ* એ $\frac{1}{2}$ પરિભ્રમણ છે.

   અંશમાં ખૂણાનું માપ માપવા માટે આપણે *કોણમાપક*નો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

   કાટખૂણાનું માપ $90^\circ$ છે, જ્યારે સરળકોણનું માપ $180^\circ$ હોય છે.

   જો ખૂણાનું માપ કાટખૂણા કરતાં ઓછું હોય તો તે લઘુકોણ છે. જો તેનું માપ કાટખૂણા કરતાં વધુ હોય તો તે *ગુરુકોણ* છે. *પ્રતિબિંબ ખૂણો* એ સરળકોણ કરતાં મોટો હોય છે.

4. જો બે છેદતી રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો $90^\circ$ હોય તો તે લંબરેખાઓ હોય છે.
5. રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક એ રેખાખંડને લંબ અને તેને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે.
6. ખૂણાના આધારે નીચેના ત્રિકોણોનું વર્ગીકરણ :

| *ત્રિકોણમાંના ખૂણાનો પ્રકાર* | *નામ* |
|---|---|
| દરેક ખૂણો લઘુકોણ છે. | લઘુકોણ ત્રિકોણ |
| એક ખૂણો કાટખૂણો હોય. | કાટકોણ ત્રિકોણ |
| એક ખૂણો ગુરુકોણ હોય. | ગુરુકોણ ત્રિકોણ |

7. તેમની બાજુઓની લંબાઈના આધારે ત્રિકોણનું વર્ગીકરણ :

| *ત્રિકોણમાં બાજુઓના પ્રકાર* | *નામ* |
|---|---|
| ત્રણેય બાજુઓની લંબાઈ અસમાન હોય. | વિષમબાજુ ત્રિકોણ |
| કોઈ પણ બે બાજુઓની લંબાઈ સમાન હોય. | સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ |
| ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની હોય. | સમબાજુ ત્રિકોણ |

8. બાજુઓને આધારે બહુકોણનું નામ

| બાજુઓ | બહુકોણનું નામ |
|---|---|
| 3 | ત્રિકોણ |
| 4 | ચતુષ્કોણ |
| 5 | પંચકોણ |
| 6 | ષટ્કોણ |
| 8 | અષ્ટકોણ |

9. ચતુષ્કોણનું તેમના ગુણધર્મોને આધારે વર્ગીકરણ કરો :

| ગુણધર્મો | ચતુષ્કોણનું નામ |
|---|---|
| સમાંતરબાજુની એક જોડ | સમલંબ ચતુષ્કોણ |
| સમાંતરબાજુની બે જોડ | સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ |
| 4 કાટખૂણા ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ | લંબચોરસ |
| 4 સરખી બાજુઓ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ | સમબાજુ ચતુષ્કોણ |
| 4 કાટખૂણા ધરાવતો સમબાજુ ચતુષ્કોણ | ચોરસ |

10. આપણી આસપાસ ઘણા ત્રિપરિમાણીય આકારો આપણે જોઈએ છીએ. સમઘન, લંબઘન, ગોળો, નળાકાર, શંકુ, પ્રિઝમ અને પિરામિડ વગેરે આકારો પણ જોવા મળે છે.

# Paragraph-4

## નફો-ખોટ (Profit-Loss)

- યાદ કરીએ :
  - જે કિંમતે વેપારી વસ્તુ ખરીદે તે કિંમતને વસ્તુની **મૂળ કિંમત (Cost price)** અથવા **ખરીદ કિંમત** કહેવાય.
  - ખરીદી પછી તે વસ્તુ માટે થતા વધારાના ખર્ચને **ખરાજાત** (Additional expense) કહેવાય. મજૂરી, ભાડું, જકાત, કર, સમારકામ વગેરે માટેનો ખર્ચ એ ખરાજાત ગણાય.
  - **મૂળ કિંમત અને ખરાજાતના સરવાળાને પડતર કિંમત** (Net price) **કહેવાય.** જ્યારે અન્ય ખર્ચ ન થયો હોય ત્યારે મૂળ કિંમતને જ પડતર કિંમત ગણાય.

    **પડતર કિંમત = મૂળ કિંમત + ખરાજાત**
  - જે કિંમતે વેપારી વસ્તુ વેચે તે કિંમતને વસ્તુની **વેચાણકિંમત (Sale price)** કહેવાય.
  - વસ્તુ વેચતાં પડતર કિંમત કરતાં મળતી વધારાની રકમને નફો કહેવાય.

    નફો = વેચાણકિંમત − પડતર કિંમત

    તેથી નફો = વે.કિં − પ.કિં.
  - વસ્તુ વેચતાં પડતર કિંમત કરતાં જેટલી રકમ ઓછી મળે તે રકમને **ખોટ** કહેવાય.

    ખોટ = પડતર કિંમત − વેચાણકિંમત

    તેથી ખોટ = પ.કિં. − વે.કિં.

    નફો થયો હોય ત્યારે, **વેચાણકિંમત = પડતર કિંમત + નફો**

    ખોટ ગઈ હોય ત્યારે, **વેચાણકિંમત = પડતર કિંમત − ખોટ**

હવે, આપેલી વિગતના આધારે જવાબ લખો :

એક વેપારીએ ₹ 9950 માં એક ટીવી ખરીદ્યું. તે ટીવીને લાવવાની મજૂરી ₹ 50 ચૂકવી. આ ટીવી ₹ 10,700માં વેચતા તેને ₹ 700 નફો થયો.

| | | | |
|---|---|---|---|
| મૂળ કિંમત | = ₹ .......... | ખરાજાત | = ₹ .......... |
| પડતર કિંમત | = ₹ .......... | વેચાણકિંમત | = ₹ .......... |
| નફો | = ₹ .......... | નફો | = .......... ટકા |

- નવું શીખીએ :
  - ધોરણ 6માં આપણે નફો કે ખોટ ટકામાં શોધતાં શીખ્યા. હવે નફો કે ખોટના ટકા અને પડતર કિંમતના આધારે વેચાણ કિંમત કેવી રીતે શોધી શકાય તે સમજીએ.

ઉદાહરણ 1 : ₹ 400ની વસ્તુ 10% નફા મળવવા કેટલા રૂપિયામા વચવી જોઈએ ?

ઉકેલ : રીત : 1

₹ 100ની મૂ.કિ. પર નફો = ₹ 10

∴ ₹ 400ની મૂ.કિ. પર નફો = $\left(10 \times \frac{400}{100}\right)$

= ₹ 40

∴ વેચાણકિંમત = નફો + પડતર કિંમત

= ₹ (40 + 400)

= ₹ 440

રીત : 2

10 % નફો મેળવવા ₹ 100 ની વસ્તુ 110 રૂપિયામાં વેચવી પડે.

₹ 100ની વસ્તુની વે.કિ. = ₹ 110

તો ₹ 400ની વસ્તુની વે.કિ. = ₹ $\frac{110 \times 400}{100}$

= ₹ 440

∴ ₹ 400ની વસ્તુ 10 % નફો મેળવવા 440 રૂપિયામાં વેચવી જોઈએ.

1. નીચેનું કોષ્ટક ગણતરી કરીને પૂર્ણ કરો :

| ક્રમ | મૂ.કિ. (₹ માં) | ખરાજાત (₹ માં) | નફો (ટકામાં) | ખોટ (ટકામાં) | વે.કિ. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 60 | – | 5 | – | ...................... |
| 2. | 40 | – | 10 | – | ...................... |
| 3. | 1000 | – | 12 | – | ...................... |
| 4. | 240 | – | – | 15 | ...................... |
| 5. | 1500 | – | – | 5 | ...................... |
| 6. | 24 | – | – | 12.5 | ...................... |
| 7. | 1650 | 150 | – | 5 | ...................... |
| 8. | 750 | 50 | – | 10.5 | ...................... |
| 9. | 3800 | 200 | 15.5 | – | ...................... |

# Paragraph-5

- **સંમેય સંખ્યાઓના સરવાળા વિશેના ગુણધર્મો :**

નીચેની સંમેય સંખ્યાઓના સરવાળા કરીને પરિણામ નોંધો :

| ક્રમ | સરવાળા | પરિણામ | ગુણધર્મ |
|---|---|---|---|
| (1) | $\frac{4}{7}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\ldots$<br>$\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8}=\ldots$ | પરિણામમાં મળતી સંખ્યા સંમેય સંખ્યા છે ?<br>.................................... | **સંવૃતતાનો ગુણધર્મ :** કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો સંમેય સંખ્યા જ થાય છે. |
| (2) | $\frac{4}{7}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\ldots$<br>$\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{7}=\ldots$ | ક્રમ બદલતા પરિણામ કેવું મળ્યું ?<br>.................................... | **ક્રમનો ગુણધર્મ :** બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો ગમે તે ક્રમમાં કરવામાં આવે તો પણ પરિણામ એક સરખું મળે છે. |
| (3) | $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}\right]+\frac{2}{6}=\ldots$<br>$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{6}\right]=\ldots$ | જૂથ બદલીને સરવાળો કરતાં કેવું પરિણામ મળ્યું ?<br>.................................... | **જૂથનો ગુણધર્મ :** ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા આપેલી સંખ્યાઓમાંથી કોઈ પણ બે સંખ્યાઓના સરવાળામાં ત્રીજી સંખ્યા ઉમેરતાં પરિણામ એકસરખું જ મળે છે. |
| (4) | $\left(-\frac{3}{4}\right)+0=\ldots$<br>$0+\frac{2}{3}=\ldots$ | શૂન્ય સાથે સરવાળો કરતાં કેવું પરિણામ મળ્યું ?<br>.................................... | **તટસ્થ સંખ્યાનું અસ્તિત્વ :** કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા અને શૂન્યનો સરવાળો એ જ સંમેય સંખ્યા મળે છે. એટલે કે શૂન્ય સરવાળા વિશેની તટસ્થ સંખ્યા છે. |
| (5) | $\left(-\frac{7}{17}\right)+\frac{7}{17}=\ldots$<br>$\frac{3}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=\ldots$ | એકબીજાની વિરોધી સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરતાં પરિણામ શું આવ્યું ?<br>.................................... | દરેક સંમેય સંખ્યા માટે એવી વિરોધી સંખ્યાનું અસ્તિત્વ છે કે જેથી તે બંને સંખ્યાઓનો સરવાળો શૂન્ય થાય. |

- **સંમેય સંખ્યાઓના ગુણાકાર વિશેના ગુણધર્મો :**

નીચેની સંમેય સંખ્યાઓના ગુણાકાર કરીને પરિણામ નોંધો :

| ક્રમ | સરવાળા | પરિણામ | ગુણધર્મ |
|---|---|---|---|
| (1) | $0 \times \frac{5}{9} = ...$<br><br>$\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{6} = ...$ | પરિણામમાં મળતી સંખ્યા સંમેય સંખ્યા છે ?<br>.................................... | **સંવૃતતાનો ગુણધર્મ :** કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર સંમેય સંખ્યા જ થાય છે. |
| (2) | $\left(-\frac{2}{5}\right) \times \frac{10}{3} = ...$<br><br>$\frac{10}{3} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = ...$ | સંખ્યાનો ક્રમ બદલીને ગુણાકાર કરતાં કેવું પરિણામ મળે ?<br>.................................... | **ક્રમનો ગુણધર્મ :** બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર ગમે તે ક્રમમાં કરવામાં આવે તો પણ પરિણામ એક સરખું મળે છે. |
| (3) | $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\right]\times\frac{6}{7} = ...$<br><br>$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left[\frac{3}{4}\times\frac{6}{7}\right] = ...$ | જૂથ બદલીને ગુણાકાર કરતાં કેવું પરિણામ મળ્યું ?<br>.................................... | **જૂથનો ગુણધર્મ :** ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરવા આપેલી સંખ્યાઓમાંથી કોઈ પણ બે સંખ્યાઓના ગુણાકાર સાથે ત્રીજી સંખ્યા સાથે ગુણાકાર કરતાં પરિણામ એકસરખું જ મળે છે. |
| (4) | $\left(-\frac{4}{9}\right) \times 1 = ...$<br><br>$\frac{3}{7} \times 1 = ...$ | 1 સાથે ગુણાકાર કરતાં કેવું પરિણામ મળ્યું ?<br>.................................... | **તટસ્થ સંખ્યાનું અસ્તિત્વ :** કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા અને 1 નો ગુણાકાર તે જ સંમેય સંખ્યા મળે છે. એટલે કે "1 એ ગુણાકાર વિશેની તટસ્થ સંખ્યા છે." |
| (5) | $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = ...$<br><br>$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{1}\right) = ...$ | એકબીજાની વ્યસ્ત સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરતાં કેવું પરિણામ મળ્યું ?<br>.................................... | **વ્યસ્ત સંખ્યાનું અસ્તિત્વ :** શૂન્ય સિવાયની કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા માટે એક સંમેય સંખ્યા મળે જ કે જેથી તે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર 1 થાય. |

# Paragraph-6

- **કેટલાક વિશિષ્ટ ગણ :**

**ખાલી ગણ (Empty Set) :**

જે ગણમાં એક પણ ઘટક (સભ્ય) ન હોય તેવા ગણને ખાલી ગણ કહે છે.

સંકેતમાં તેને $\phi$ (phi ફાઈ) અથવા "{ }" વડે દર્શાવાય છે.

દા.ત., : A = $\{x / x$ એ 2થી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા, $x \in N\}$ હોય તો A = $\phi$ અથવા A = { }

B = $\{x / x$ એ ગુજરાતનાં સ્ત્રી મુખ્યમંત્રીનો ગણ$\}$ હોય, તો B = $\phi$ અથવા B = { }

**એકાકી ગણ (Singleton Set) :**

**જે ગણમાં એક જ ઘટક હોય તેને એકાકી ગણ કહે છે.**

દા.ત., : P = $\{x / x$ એ 5થી નાની એકી અવિભાજ્ય સંખ્યા$\}$

P = {3}

**સાન્ત ગણ (Finite Set) :**

જે ગણના ઘટકોની સંખ્યા નિશ્ચિત અનૃણ પૂર્ણાંક વડે દર્શાવી શકાય તે ગણને સાન્ત ગણ કહે છે. દા.ત., A = {1, 2, 3, ... 10}

અહીં ગણ Aમાં 1 થી 10 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમાવેશ થાય છે, જેને ગણી શકાય છે. આમ ગણ Aમાં ઘટકોની સંખ્યા 10 નિશ્ચિત છે. તેથી ગણ A સાન્ત ગણ છે.

ગણ Aના ઘટકોની સંખ્યા દર્શાવવા સંકેત $n(A)$ વપરાય છે.

અહીં Aના ઘટકોની સંખ્યા 10 છે. તેથી $n(A) = 10$

- ખાલી ગણ પણ સાન્ત ગણ છે.

**અનંત ગણ (Infinite Set) :**

સાન્ત ન હોય તેવા ગણને અનંત ગણ કહે છે.

દા.ત., : A = $\{x/x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા$\}$ $\therefore$ A = {1, 2, 3, 4, ...}

અહીં ગણ Aમાં યાદીનો અંત જ નથી. આવા ગણને અનંત ગણ કહે છે. અનંત ગણ દર્શાવવા શરૂઆતના અમુક સભ્યો લખ્યા પછી સામાન્ય રીતે ત્રણ ટપકાંઓ મૂકવામાં આવે છે.

- પ્રાકૃતિક સંખ્યા-ગણને વિશિષ્ટ સંકેત N (Set of Natural Numbers) વડે દર્શાવાય છે.
  N = {1, 2, 3, ...}
- પૂર્ણ સંખ્યા-ગણને વિશિષ્ટ સંકેત W (Set of Whole Numbers) વડે દર્શાવાય છે.
  W = {0, 1, 2, 3, ...}
- પૂર્ણાંક સંખ્યાને વિશિષ્ટ સંકેત Z (Set of Intigers) વડે દર્શાવાય છે.
  Z = {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}
- સંમેય સંખ્યા-ગણને વિશિષ્ટ સંકેત Q (Set of Quotients) વડે દર્શાવાય છે.
  $Q = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in N\right\}$
- N, W, Z અને Q એ બધા જ અનંતગણ છે.
- ઝાડ પર આવેલાં પાંદડાઓના ગણને અનંત ગણ કહેવાય ? શા માટે ? વિચારો.

- **સમાન ગણ (Equal Set) :**

જો ગણ A અને ગણ B ના તમામ ઘટકો એકના એક જ હોય તો A અને Bને સમાન ગણો કહે છે. તેને સંકેતમાં $A = B$ લખાય.

દા.ત., : $A = \{x / x$ એ 5થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા$\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{x / x$ એ 5થી નાના 12ના અવયવો$\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$

અહીં ગણ A અને ગણ Bના સભ્યો સરખા છે માટે ગણ A અને ગણ B સમાન ગણ છે.

$\therefore \quad A = B$

ઉપરાંત અહીં $A \subset B$ અને $B \subset A$ છે.

$\therefore \quad A \subset B$ અને $B \subset A$ તો $A = B$

- **એક-એક સંગતતા (One to One Correspondence) :**

ધારો કે એક વર્ગમાં 10 વિદ્યાર્થીઓ છે. પ્રત્યેક વિદ્યાર્થીને અનન્ય (એક અને માત્ર એક) રોલ નંબર આપવામાં આવે છે.

(1) ઉત્સવ અથવા $1 \leftrightarrow$ ઉત્સવ

(2) વિજય અથવા $2 \leftrightarrow$ વિજય

(3) ચાહના અથવા $3 \leftrightarrow$ ચાહના

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

(10) રેહાના અથવા $10 \leftrightarrow$ રેહાના

આમ, દરેક વિદ્યાર્થીઓને સંગત 1થી 10 પૈકીની ફક્ત એક જ સંખ્યા છે, જે તેનો રોલ નંબર છે અને કોઈ વિદ્યાર્થીને બે રોલ નંબર ન હોય કે એક નંબરવાળા બે વિદ્યાર્થી ન હોય. આવી સંગતતાને એક-એક સંગતતા (One to One Correspondence) કહે છે.

હવે $A = \{1, 2, 3\}$ અને $B = \{a, b, c\}$ વચ્ચે 6 સંગતતાઓ શક્ય છે.

| (i) | (ii) | (iii) | (iv) | (v) | (vi) |
|---|---|---|---|---|---|
| $1 \leftrightarrow a$ | $1 \leftrightarrow a$ | $1 \leftrightarrow b$ | $1 \leftrightarrow b$ | $1 \leftrightarrow c$ | $1 \leftrightarrow c$ |
| $2 \leftrightarrow b$ | $2 \leftrightarrow c$ | $2 \leftrightarrow a$ | $2 \leftrightarrow c$ | $2 \leftrightarrow a$ | $2 \leftrightarrow b$ |
| $3 \leftrightarrow c$ | $3 \leftrightarrow b$ | $3 \leftrightarrow c$ | $3 \leftrightarrow a$ | $3 \leftrightarrow b$ | $3 \leftrightarrow a$ |

- ## સામ્ય ગણ (Equivalent Set) :

જે ગણ(સાન્ત ગણ)ની સભ્યસંખ્યા સમાન હોય તેવા ગણને સામ્ય ગણ કહે છે. તેનો સંકેત '~' છે.

$A = \{1, 4, 6\}$ $\quad B = \{x, y, z\}$

$n(A) = 3$ $\quad n(B) = 3$

$n(A) = n(B)$ તેથી ગણ A અને ગણ B સામ્ય ગણ છે.

તેને સંકેતમાં $A \sim B$ વડે દર્શાવાય છે.

- ## સાર્વત્રિક ગણ (Universal Set) :

સામાન્ય રીતે કોઈ પણ સંદર્ભમાં ગણ અંગે વાત કરવામાં આવે ત્યારે તમામ ગણ જે નિશ્ચિત ગણના ઉપગણ હોય તે નિશ્ચિત ગણને તેના ઉપગણના સંદર્ભમાં સાર્વત્રિક ગણ કહે છે. તેને સંકેતમાં 'U' વડે દર્શાવાય છે.

દા.ત., : શાળાના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ લઈએ, તો આ ગણના સંદર્ભમાં શાળાની ખો-ખો ટીમના ખેલાડીઓનો ગણ, કબડ્ડી ટીમના ખેલાડીઓનો ગણ, પ્રાર્થના સમિતિના સભ્યોનો ગણ, ધોરણ 8ના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ વગેરે શાળાના વિદ્યાર્થીઓના ગણના ઉપગણો છે. તેથી આ સંદર્ભમાં શાળાના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ એ સાર્વત્રિક ગણ છે.

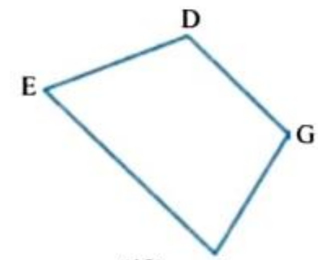
# Paragraph-7

- ચાર રેખાખંડો વડે બનતી ચાર ખૂણા ધરાવતી અને અંત્યબિંદુ સિવાય કોઈ અન્ય બિંદુએ ન છેદતા રેખાખંડોથી રચાતી બંધ આકૃતિ ચતુષ્કોણ છે.

□ ABCDને ગણની ભાષામાં નીચે મુજબ લખી શકાય :

$\square \mathbf{ABCD} = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$

- આમ, ચતુષ્કોણ એ ચાર રેખાખંડોનો યોગગણ છે.
- ચતુષ્કોણના સામસામેનાં શિરોબિંદુઓને જોડવાથી બનતા દરેક રેખાખંડને વિકર્ણ કહે છે.
- ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર છેદે તે ચતુષ્કોણ બહિર્મુખ ચતુષ્કોણ છે.
- ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર ન છેદે તો તે ચતુષ્કોણ અંતર્મુખ ચતુષ્કોણ છે.
- દરેક ચતુષ્કોણને ચાર બાજુ, ચાર ખૂણા અને બે વિકર્ણ હોય છે.



(12)

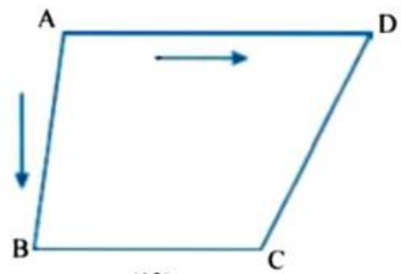
અહીં આપણે બહિર્મુખ ચતુષ્કોણનો અભ્યાસ કરવાનો છે.

આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓ D, E, F, G હોવાથી તેનું નામ ચતુષ્કોણ DEFG આપેલ છે. તેને સંકેતમાં □ DEFG લખાય.

વંચાય : ચતુષ્કોણ DEFG

- ચતુષ્કોણનું નામકરણ :

□ ABCD
□ BCDA
□ CDAB
□ DABC



(13)

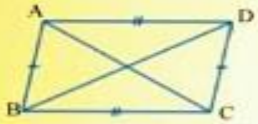
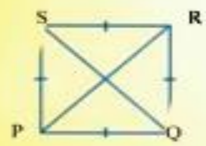
□ ADCB
□ DCBA
□ CBAD
□ BADC

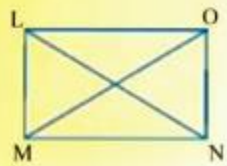
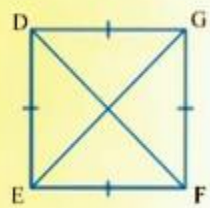
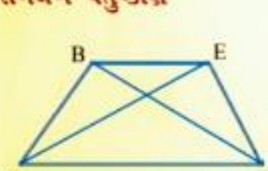
- ચતુષ્કોણને ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અથવા ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં એમ બે રીતે નામ આપી શકાય.
- ઉપરની આકૃતિઓ (12) અને (13)ના આધારે નીચેના કોષ્ટકની વિગતો ભરો :

| આકૃતિ | બાજુઓ | ખૂણાઓ | વિકર્ણ | વિકર્ણો છેદે છે ? |
|---|---|---|---|---|
| (12) | | | | |
| (13) | | | | |

ચતુષ્કોણના પ્રકાર :

જુઓ અને સમજો :

| ક્રમ | આકૃતિ અને નામ | વ્યાખ્યા | વિશેષતા |
|---|---|---|---|
| 1. | **સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ**<br><br> | જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની બંને જોડ સમાંતર હોય તેવા ચતુષ્કોણને સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.<br>$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ અને $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ | • વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે<br>• વિકર્ણો સરખા માપવાળા ન હોય.<br>• સામસામેની બાજુઓના માપ સરખા હોય.<br>• સામસામેના ખૂણાઓના માપ સરખા હોય. |
| 2. | **સમબાજુ ચતુષ્કોણ**<br><br> | ચારેય બાજુના માપ સરખા હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.<br>$\overline{QR} \parallel \overline{PS}$ અને $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$<br>$QR = RS = SP = PQ$ | • વિકર્ણોના માપ સરખાં નથી.<br>• વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દુભાગે. |

| ક્રમ | આકૃતિ અને નામ | વ્યાખ્યા | વિશેષતા |
|---|---|---|---|
| 3. | **લંબચોરસ**<br><br> | ચારેય ખૂણાના માપ સરખાં હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને લંબચોરસ કહે છે.<br>$\overline{LO} \parallel \overline{MN}$, $\overline{LM} \parallel \overline{ON}$<br>$m\angle L = m\angle M = m\angle N = m\angle O = 90^\circ$ | • વિકર્ણોના માપ સરખાં હોય.<br>• વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે. |
| 4. | **ચોરસ**<br><br> | ચારેય ખૂણાના માપ સરખાં હોય અને ચારેય બાજુઓ સરખી હોય તેવા સમાંતર ચતુષ્કોણને ચોરસ કહે છે.<br>$\overline{DG} \parallel \overline{EF}$, $\overline{DE} \parallel \overline{GF}$<br>$DG = GF = FE = ED$<br>$m\angle D = m\angle E = m\angle F = m\angle G = 90^\circ$ | • વિકર્ણોના માપ સરખાં હોય.<br>• વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દુભાગે. |
| 5. | **સમલંબ ચતુષ્કોણ**<br><br> | જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એક અને માત્ર એક જોડ સમાંતર હોય તેવા ચતુષ્કોણને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે.<br>$\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ | • વિકર્ણોના માપ સરખાં નથી.<br>• વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે નહિ. |

- **યાદ રાખો :**
  - કોઈ પણ ચતુષ્કોણનું નામકરણ **બે રીતે** કરી શકાય : ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અને ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ **દિશામાં.**
  - ચતુષ્કોણનું નામ **કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરીને લખી શકાય.**
  - દરેક ચતુષ્કોણમાં **સામસામેની બાજુઓની બે જોડ અને** સામસામેના ખૂણાઓની બે જોડ હોય છે.
  - દરેક ચતુષ્કોણમાં પાસપાસેની **બાજુઓની ચાર જોડ અને** પાસપાસેના ખૂણાઓની ચાર જોડ હોય છે.
  - કોઈ પણ ચતુષ્કોણના ચારેય ખૂણાનાં **માપનો** સરવાળો $360^\circ$ હોય છે.

  આમ, □ABCD માટે $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$

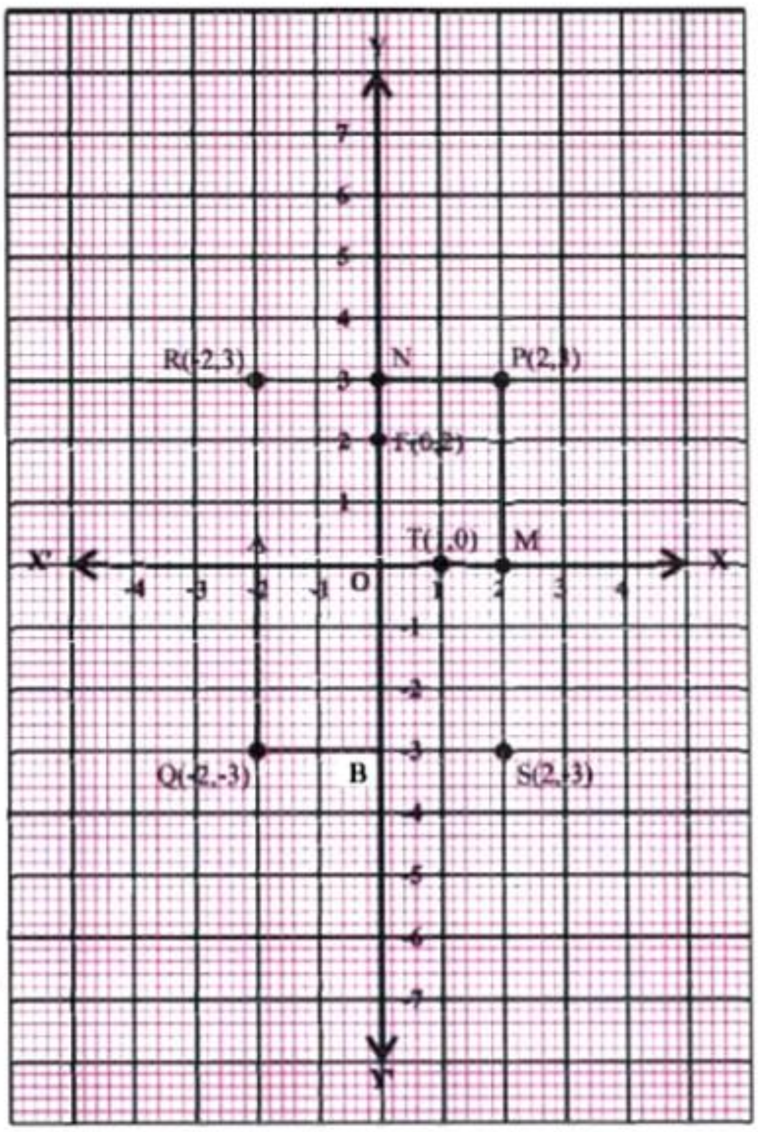
# Paragraph-8

## જે બિંદુના યામ આપેલા હોય તે બિંદુનું સમતલમાં નિરૂપણ (આલેખન)

ક્રમયુક્ત જોડ (2, 3)ને સંગતબિંદુ સમતલ પર મેળવીએ. (2, 3)નો $x$-યામ અને $y$-યામ ધન છે. X-અક્ષ પર Oની જમણી બાજુએ 2ને સંગતબિંદુ M મળશે. X-અક્ષની ઉપરના અર્ધતલમાં Y-અક્ષ પર 3ને સંગતબિંદુ N મળશે. Mમાંથી X-અક્ષને લંબ અને Nમાંથી Y-અક્ષને લંબ દોરો. તેમનું અનન્ય છેદબિંદુ P એ (2, 3)ને અનુરૂપ સમતલનું અનન્ય બિંદુ છે.

હવે ક્રમયુક્ત જોડ (−2, −3)ની સમતલમાં ચિત્રાત્મક રજૂઆત કરીએ. (−2, −3)નો $x$-યામ ઋણ છે એટલે X-અક્ષ પર Oની ડાબી બાજુએ −2ને સંગત અનન્ય બિંદુ A મળશે. (−2, −3)નો $y$-યામ ઋણ છે એટલે X-અક્ષના નીચેના અર્ધતલમાં Y-અક્ષ પર −3ને સંગત અનન્ય બિંદુ B મળશે. A અને Bમાંથી અનુક્રમે X-અક્ષને લંબ તથા Y-અક્ષને લંબ રેખાઓ દોરો. તેમનું અનન્ય છેદબિંદુ Q એ (−2, −3)ને અનુરૂપ સમતલનું બિંદુ છે. Q ને (−2, −3) તરીકે દર્શાવાય છે. (જુઓ આકૃતિ 4.8.) આ જ પ્રમાણે (−2, 3) અને (2, −3)ની સમતલમાં ચિત્રાત્મક રજૂઆત કરી શકાશે. પરિણામે R(−2, 3) અને S(2, −3) સમતલમાં મળશે. (જુઓ આકૃતિ 4.8.)

આપણે જોયું કે જે બિંદુનો $x$-યામ શૂન્ય હોય તે બિંદુ Y-અક્ષ પર હોય અને જે બિંદુનો $y$-યામ શૂન્ય હોય તે બિંદુ X-અક્ષ પર હોય. આથી (1, 0)ની સમતલમાં રજુઆત T(1, 0) છે અને (0, 2)ની સમતલમાં રજુઆત F(0, 2) દ્વારા થાય છે. (જુઓ આકૃતિ )




આકૃતિ

ઉપરનાં ઉદાહરણોને આધારે વ્યાપક રીતે કહી શકાય કે,

'વાસ્તવિક સંખ્યાઓની પ્રત્યેક ક્રમયુક્ત જોડની સાથે સમતલનું અનન્ય બિંદુ સંકળાય છે.' (i)

આપણે એ પણ જોયું કે,

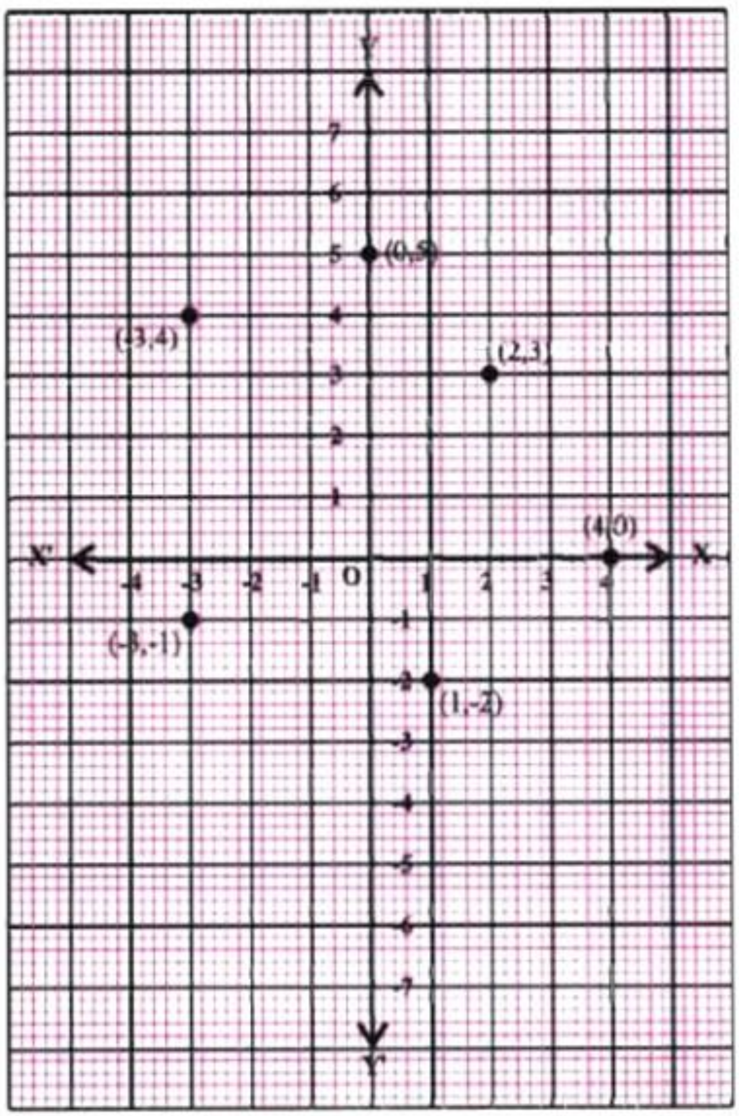
'સમતલના પ્રત્યેક બિંદુ સાથે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની એક અનન્ય ક્રમયુક્ત જોડ થાય છે.' (ii)

(i) અને (ii) પરથી કહી શકાય છે કે, "સમતલ અને R × R વચ્ચે એક સંગતતા છે અને જો સમતલનું બિંદુ P અને ક્રમયુક્ત જોડ $(x, y)$ પરસ્પર સંકળાય, તો એ હકીકત $P(x, y)$ લખીને નિર્દેશવામાં આવે છે."

Pને $(x, y)$નું સમતલમાં આલેખન અને $(x, y)$ને Pના કાર્તેઝિય યામો કહેવામાં આવે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે $x$ એ Pનો $x$-યામ અને $y$ એ Pનો $y$-યામ છે. વળી, P અને $(x, y)$ એક જ છે એમ સમજવામાં આવે છે. P ની જેમ $(x, y)$ને સમતલનું બિંદુ કહેવામાં આવે છે.

ગણ A × B નો આલેખ દોરવો એટલે કે A × B નાં બિંદુઓનું કાર્તેઝિય સમતલમાં આલેખન કરવું.

**ઉદાહરણ** : ક્રમયુક્ત જોડ $(-3, 4)$, $(-3, -1)$, $(4, 0)$, $(0, 5)$, $(1, -2)$ અને $(2, 3)$નું કાર્તેઝિય સમતલમાં આલેખન કરો.




આકૃતિ

**ઉકેલ :** આલેખપત્ર પર X-અક્ષ અને Y-અક્ષ દોરો. અક્ષો પર સ્કેલમાપ 1 સેમી = 1 એકમ લો. બિંદુઓના સ્થાન ઘેરાં ટપકાંથી દર્શાવવામાં આવેલ છે. (જુઓ આકૃતિ 4.9.)

**નોંધ :** ક્રમયુક્ત જોડ $(a, b)$ અને $(p, q)$ માટે જો $(a, b) = (p, q)$ તો અને તો જ $a = p$ અને $b = q$. ઉદાહરણ તરીકે, જો $(5, 4y - 1) = (3x - 4, 7)$ તો $x$ અને $y$ ની કિંમત શોધો.

અહીં, $(3x - 4, 7) = (5, 4y - 1)$

$\therefore$ $3x - 4 = 5$ અને $4y - 1 = 7$

$\therefore$ $3x = 5 + 4$ અને $4y = 7 + 1$

$\therefore$ $3x = 9$ અને $4y = 8$

$\therefore$ $x = \frac{9}{3}$ અને $y = \frac{8}{4}$

$\therefore$ $x = 3$ અને $y = 2$

## સ્વાધ્યાય

1. નીચે જણાવેલ દરેક ક્રમયુક્ત જોડ $(x, y)$નું સમતલમાં આલેખન કરો :
   $(-4, -3), (-3, 5), (-2, -4), (-1, 6), (0, 2), (1, -3.5), (2, 3), (4, -2)$.
2. બહુપદી $y = 3x - 2$ પરથી મળતાં બિંદુઓ $(x, y)$ નું કાર્તેઝિય સમતલમાં આલેખન કરો.
   જ્યાં $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$.
3. જો $P = \{0, 1, -1\}$ અને $Q = \{-3, 2\}$ હોય, તો $P \times Q$ અને $Q \times P$નું આલેખન કરો.
4. જો $A = \{-2, 3\}$ અને $B = \{-1, 1, 4\}$ હોય, તો
   (1) $A \times B$ (2) $B \times A$ (3) $A \times A$ (4) $B \times B$નું આલેખન કરો.
5. આલેખપત્ર પર બિંદુઓ $A(4, 5)$, $B(-2, -1)$, $C(-3, 6)$ અને $D(5, -2)$નું આલેખન કરો. આ આલેખ પરથી $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$નાં મધ્યબિંદુના યામ શોધો.
6. ક્રમયુક્ત જોડ $M(3, 4)$, $N(-3, -2)$, $P(-2, 5)$ અને $Q(4, -1)$નું આલેખન કરો. $\overleftrightarrow{MN}$ અને $\overleftrightarrow{PQ}$ દોરો. આલેખ પરથી આ બે રેખાઓનું છેદબિંદુ શોધો.
7. નીચેનાં વિધાનોની સત્યાર્થતા ચકાસો :
   (1) બિંદુ $(4, 0)$, X-અક્ષ પરનું બિંદુ છે.
   (2) $P(-2, 3)$ એ ત્રીજા ચરણનું બિંદુ છે.
   (3) બિંદુ Aનો $x$-યામ 4 અને $y$-યામ $-3$ હોય, તો બિંદુ A ચોથા ચરણમાં છે.
   (4) યામાક્ષોના છેદબિંદુના યામ $(0, 0)$ છે.
   (5) સમતલમાં $(y, x)$નું સ્થાન અને $(x, y)$નું સ્થાન એક જ છે; જ્યાં $x \neq y$.
   (6) $B(0, -9)$ એ $\overrightarrow{OY}$ પરનું બિંદુ છે.
   (7) $x = 3, y = 2, u = -7$ અને $v = 11$ માટે બિંદુ $(x - u, y - v)$ એ પ્રથમ ચરણમાં છે.
   (8) બિંદુ $(4, -5)$ એ X-અક્ષની નીચેના અર્ધતલમાં અને Y-અક્ષની જમણી બાજુએ આવેલ છે.

**Paragraph-9**

# આંકડાશાસ્ત્ર

**પ્રાસ્તાવિક**

દરરોજ આપણે હકીકતો, આંકડાઓ, કોષ્ટકો, આલેખો વગેરે સ્વરૂપમાં પુષ્કળ માહિતીમાંથી પસાર થઈએ છીએ. આ બધી માહિતી દૈનિકપત્રો, ટેલિવિઝન, સામયિકો અને બીજાં પ્રસાર અને પ્રચાર માધ્યમો દ્વારા મેળવીએ છીએ. આ માહિતી ક્રિકેટની બોલિંગ અથવા બેટિંગની સરેરાશ, કોઈ કંપનીનો નફો-નુકસાન, કોઈ શહેરનું તાપમાન, પંચવર્ષીય યોજનાના જુદા જુદા વિભાગોના ખર્ચા, ચૂંટણીનાં પરિણામો વગેરે સાથે સંબંધિત હોઈ શકે. આ બધી હકીકતો, આકૃતિઓ કે જે આંકડાકીય કે અન્ય રીતે કોઈ ચોક્કસ હેતુસર એકત્રિત કરવામાં આવે છે તેને **માહિતી (data)** કહે છે. **માહિતી (data)** એ લેટિન શબ્દ **ડેટમ્ (datum)**નું બહુવચન છે.

પાયાનું વિજ્ઞાન, સમાજશાસ્ત્ર, ખેતીવાડી, કારખાનાંઓ, વહીવટી વગેરે બાબતના પ્રશ્નોનો આજે આંકડાશાસ્ત્ર દ્વારા ઉકેલ મેળવી શકાય છે. આંકડાશાસ્ત્ર એ પ્રાચીન વિષય છે, છતાં 20મી સદીની શરૂઆતથી જ તે વધુ સુવિધાજનક બન્યો છે. જ્યારે જ્યારે કોઈ વહીવટદાર અથવા કોઈ વિભાગીય સંસ્થા કોઈ પ્રશ્નના ઉકેલ માટે મૂંઝવણ અનુભવતી હોય ત્યારે ગણિત અને આંકડાશાસ્ત્રે તેને ઉકેલી છે. તેઓ પ્રશ્નને લગતી માહિતી એકત્ર કરે છે અને તેનું વિશ્લેષણ કરે છે અને વૈજ્ઞાનિક રીતે તે પરિસ્થિતિનું મૂલ્યાંકન કરી ગાણિતિક રીતે નવા નિયમો રચી તેનું તારણ કાઢે છે. જ્યારે આ તારણ ઘણું અસરકારક નીવડે છે, ત્યારે આંકડાશાસ્ત્રના આ નિયમો વધુ જાણીતા અને પ્રગતિકારક બને છે. **આંકડાશાસ્ત્ર એ માહિતીને વૈજ્ઞાનિક રીતે એકત્રિત કરવી, વ્યવસ્થિત કરવી, ટૂંકાવવી અને વિશ્લેષણ કરવું તે સંબંધિત વિજ્ઞાન છે અને વૈજ્ઞાનિક સિદ્ધાંતોની મદદથી સાચાં અને ઉચિત તારણ કાઢે છે.**

આપણે નોંધ્યું કે આંકડાશાસ્ત્રનો આધાર માહિતી છે. આંકડાશાસ્ત્રમાં કોઈ પ્રશ્નના ઉકેલ માટે અથવા કોઈ ચોક્કસ અનુમાન કરવા માટે પાયાની અને અગત્યની બાબત માહિતી છે. આ પ્રકરણમાં આપણે માહિતી વિશે ઊંડાણથી શીખીશું.

## માહિતીનું એકત્રીકરણ

આપણે નીચેની પ્રવૃત્તિથી માહિતી એકત્રિત કરવાનું શરૂ કરીશું.

**પ્રવૃત્તિ 1 :** આપણે આપણી શ્રેણીના વિદ્યાર્થીઓને પાંચ અલગ જૂથમાં વહેંચીશું. દરેક જૂથને નીચેનામાંથી કોઈ એક કામ માટે માહિતી એકત્ર કરવાનું સોંપીશું :

(i) આપણી શ્રેણીના 30 વિદ્યાર્થીઓનું વજન

(ii) આ શ્રેણીના 20 વિદ્યાર્થીઓના કુટુંબમાં સભ્ય-સંખ્યા

(iii) આપણી શાળા અથવા આસપાસના વિસ્તારના 25 છોડની ઊંચાઈ

(iv) આપણી શ્રેણીના 20 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ

(v) આપણી શ્રેણીના 20 વિદ્યાર્થીઓના કુટુંબની કુલ આવક

હવે આપણે વિદ્યાર્થીઓએ એકત્રિત કરેલ પરિણામ જોઈશું.

દરેક જૂથે માહિતી કેવી રીતે મેળવી ?

(i) શું માહિતી મેળવવા માટે તેમણે દરેક વિદ્યાર્થીને ઘરે ઘરે ગયા છે અથવા વ્યક્તિગત સંપર્ક કર્યો છે ?

(ii) શું તેઓએ શાળામાં નોંધાયેલ માહિતી પરથી માહિતી મેળવી છે ?

પ્રવૃત્તિ (i)થી (iv) માટે જ્યારે સંશોધકે કોઈ ચોક્કસ વિષય તેના મગજમાં રાખી તેણે જાતે માહિતી મેળવી હોય તો આવી માહિતીને **પ્રાથમિક માહિતી (Primary Data)** કહે છે.

પ્રવૃત્તિ (v)માં સંશોધકે પહેલેથી શાળામાં નોંધાયેલ માહિતીમાંથી માહિતી મેળવી હોય. આ રીતે મેળવેલ માહિતીને **ગૌણ માહિતી (Secondary Data)** કહે છે. **આવી માહિતી કે જે બીજા કોઈએ બીજા વિષયના સંદર્ભમાં મેળવેલ હોય ત્યારે તે સ્રોત વિશ્વાસપાત્ર છે કે કેમ તે જોઈ ખૂબ જ કાળજીપૂર્વક ઉપયોગમાં લેવાય છે.**

જે આપેલ અવલોકનો આંકડામાં લેવામાં આવેલા હોય તેને **આંકડાકીય માહિતી (Quantitative Data)** કહે છે અને જો તે વર્ણનાત્મક સ્વરૂપમાં મેળવવામાં આવી હોય, તો તે માહિતીને **વર્ણનાત્મક માહિતી (Qualitative Data)** કહે છે. દાખલા તરીકે $n$ વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ અને વજન એ આંકડાકીય માહિતી છે, જ્યારે સમતોલ સિક્કાને $n$ વખત ઉછાળી મેળવેલ $n$ અવલોકનો એ વર્ણનાત્મક માહિતી છે.

### સ્વાધ્યાય

**1.** નીચેની માહિતીનું પ્રાથમિક અથવા ગૌણ માહિતીમાં વર્ગીકરણ કરો :

(1) વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

(2) અખબાર અથવા ટેલિવિઝનમાંથી મેળવેલ ચૂંટણીનાં પરિણામ

(3) શૈક્ષણિક સર્વેક્ષણમાંથી મેળવેલ સાક્ષરતાનો દર

(4) શાળામાં વૃક્ષની સંખ્યા

**માહિતીની રજૂઆત**

જ્યારે માહિતી એકત્રિત કરવાનું કામ પૂર્ણ થાય ત્યારે સંશોધકે તેને રજૂ કરવાના અર્થપૂર્ણ, સરળતાથી સમજી શકાય અને પહેલી નજરે તેના મુખ્ય ઉદ્દેશ આપે એવા રસ્તાઓ શોધવા પડે. કોઈક વખત સાદા સર્વેક્ષણ દ્વારા મેળવેલ પ્રાપ્ત માહિતી ખૂબ જ મોટી અને લાંબી હોય છે, જો તેનું વ્યવસ્થિત વર્ગીકરણ ન કરીએ કે ન ટૂંકાવીએ તો તેમાંથી તારણ કાઢવું ખૂબ જ અઘરું બને છે.

માહિતીની ઉદાહરણ દ્વારા વિવિધ રીતે રજૂઆત કરવાનું શીખીએ.

**વિસ્તાર (Range) : માહિતીના મહત્તમ અને લઘુતમ અવલોકનોના તફાવતને માહિતીનો વિસ્તાર કહે છે.**

દાખલા તરીકે, યુસુફ પઠાણ દ્વારા 10 ઇનિંગ્સમાં નોંધાયેલ રન નીચે મુજબ છે :

37, 52, 25, 18, 22, 30, 54, 11, 41, 47.

આ સ્વરૂપની માહિતીને **કાચી માહિતી (Raw Data)** કહે છે.

ઉપરની માહિતીમાંથી આપણે સૌથી વધુ અને સૌથી ઓછા રન શોધી શકીએ છીએ. જો તે માહિતીને ચઢતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવવામાં આવે તો તે ઓછો સમય લે છે. આપણે તેને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવીએ : 11, 18, 22, 25, 30, 37, 41, 47, 52, 54.

હવે આપણે સ્પષ્ટ જોઈ શકીએ છીએ કે સૌથી ઓછા રન 11 અને સૌથી વધુ રન 54 છે.

આ માહિતીનો વિસ્તાર 54 − 11 = 43 છે.

જ્યારે પ્રયોગમાં અવલોકનોની સંખ્યા વધુ હોય ત્યારે તેને ચઢતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવવું સમય માંગી લે તેવું કામ છે.

વધુમાં વિસ્તાર એ માહિતીનું સ્પષ્ટ ચિત્ર રજૂ કરતો નથી. દાખલા તરીકે ઉપરના ઉદાહરણમાં વિસ્તાર 43 છે. નીચેના ઉદાહરણમાં પણ આવું જ બને છે :

(i) 1, 44

(ii) 1001, 1044

(iii) 1, 2, 3, 4, 5, ...... 44

જો માહિતી 'વ્યાપક' હોય, તો ચઢતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવવા કરતાં આપણે નીચે મુજબનું કોષ્ટક બનાવીશું :

ધોરણ IXના 30 વિદ્યાર્થીઓના 100 ગુણમાંથી મેળવેલ ગુણ નીચે મુજબ છે :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 85 | 50 | 30 | 80 | 50 | 35 | 70 | 55 | 90 |
| 75 | 60 | 99 | 70 | 40 | 70 | 35 | 60 | 50 | 40 |
| 60 | 55 | 35 | 85 | 60 | 40 | 70 | 90 | 40 | 90 |

કોઈ ચોક્કસ ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાને તે ગુણની **આવૃત્તિ (Frequency)** કહે છે. દાખલા તરીકે 2 વિદ્યાર્થી 85 ગુણ મેળવે છે, માટે 85ની આવૃત્તિ 2 છે. માહિતીને વધુ સમજાય તેમ કરવા માટે તેને આપણે કોષ્ટકમાં લખીશું, જે નીચે પ્રમાણે છે :

**કોષ્ટક**

| ગુણ | 15 | 30 | 35 | 40 | 50 | 55 | 60 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 99 | કુલ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| વિદ્યાર્થીની સંખ્યા (આવૃત્તિ) | 1 | 1 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 30 |

કોષ્ટક ને **અવર્ગીકૃત માહિતીનું આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક કહે છે** અથવા ફક્ત **આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક (Frequency Distribution Table)** કહે છે.

કોષ્ટક તૈયાર કરવા માટે હજી આના કરતાં પણ વધુ અનુકૂળ રીત આવૃત્તિચિહ્ન એટલે કે ટેલિમાર્ક (Telly-Mark)ની છે. જ્યારે કોઈ અવલોકન પ્રથમ વખત આવે ત્યારે તે માટે તે વર્ગની સામે | કરીશું. બીજી વખત આ અવલોકન આવે ત્યારે તે માટે તે વર્ગની સામે || કરીશું. પાંચ અવલોકનોના સમૂહ માટે 𝍸 સંકેત વાપરીશું. છઠ્ઠી વખત આવે તો આપણે તે વર્ગની સામે 𝍸 | વાપરીશું.

ધોરણ IXના 60 વિદ્યાર્થીઓના ગણિતના કુલ 30 ગુણમાંથી પ્રાપ્ત ગુણ નીચે મુજબ છે :

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 22 | 17 | 9 | 24 | 13 | 17 | 13 | 15 | 18 | 13 | 2 | 21 | 27 | 30 |
| 15 | 1 | 3 | 10 | 24 | 29 | 6 | 6 | 25 | 28 | 26 | 10 | 4 | 22 | 26 |
| 19 | 14 | 26 | 18 | 25 | 21 | 7 | 15 | 25 | 18 | 6 | 4 | 9 | 11 | 12 |
| 14 | 18 | 20 | 17 | 10 | 1 | 21 | 19 | 25 | 15 | 7 | 5 | 12 | 23 | 21 |

આવી મોટી માહિતી માટે આપણે તેને જૂથ જેવા કે 1 – 5, 6 – 10, 11 – 15, ..., 26 – 30 વગેરેમાં ફેરવી શકીએ છીએ (આપણી માહિતી 1થી 30 છે). આ જૂથને **વર્ગ (Class)** અથવા **વર્ગ અંતરાલ (Class Interval)** કહે છે. વર્ગની લંબાઈને **વર્ગ-લંબાઈ (Class Length)** અથવા **વર્ગ-માપ** કહે છે. અહીં વર્ગ-લંબાઈ 5 છે. આ દરેક વર્ગના નાનામાં નાના શક્ય અવલોકનને **અધઃવર્ગસીમા (Lower Class Limit)** અને મોટામાં મોટા શક્ય અવલોકનને **ઊર્ધ્વવર્ગસીમા (Upper Class Limit)** કહે છે.

વર્ગ 1–5ની ઊર્ધ્વવર્ગસીમા 5 છે.

વર્ગ 21–25ની ઊર્ધ્વવર્ગસીમા 25 છે.

વર્ગ 6–10ની અધઃવર્ગસીમા 6 છે.

વર્ગ 16–20ની અધઃવર્ગસીમા 16 છે વગેરે.

# Paragraph-10

## લઘુગણક

### પ્રાસ્તાવિક

અગાઉ આપણે ઘાત અને ઘાતાંક વિશે શીખી ગયાં છીએ. આપણે ઘાતાંકના ગુણધર્મો પણ શીખી ગયાં છીએ.

$a, b \in R^+, x, y \in R$ માટે,

(i) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\qquad a^{x-y}$

(iii) $(a^x)^y = a^{xy}$ $\qquad$ , $(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\qquad$ (v) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

### લઘુગણક

જ્હોન નેપિયર 1550 માં જન્મ્યા હતા અને તે 4 એપ્રિલ, 1667, એડિનબર્ગમાં મૃત્યુ પામ્યા. 17મી સદીમાં ગણિતશાસ્ત્રી **જ્હોન નેપિયરે** પ્રથમ વખત **લઘુગણક (Logarithm)** વિશેનો ખ્યાલ રજૂ કર્યો. પાછળથી બ્રિટિશ ગણિતશાસ્ત્રી **હેનરી બ્રિગ્સ (Henry Briggs)** 1561 ના ફેબ્રુઆરીમાં યોર્કશાયર - ઇંગ્લેન્ડમાં જન્મ્યા હતા. તેમણે લઘુગણકીય કોષ્ટકો તૈયાર કર્યાં અને પ્રસિદ્ધ કર્યાં તથા તેમણે લઘુગણકીય કોષ્ટકોની મદદથી ગૂંચવણભરેલી મોટી મોટી સંખ્યાત્મક ગણતરી સરળ અને ઝડપી બનાવી. તેમાં લઘુગણકનો અમૂલ્ય ફાળો છે. તે 26 જાન્યુઆરી, 1663 માં ઓક્સફર્ડ - ઇંગ્લેન્ડમાં મૃત્યુ પામ્યા. આજે તો ડેસ્ક કેલ્ક્યુલેટર (Desk Calculator) તથા ડિજિટલ કમ્પ્યૂટરના (Digital Computer) આગમનથી ગણતરી કરવાનું કામ ખૂબ જ સરળ અને ઝડપી બન્યું છે. તેથી લઘુગણકીય કોષ્ટકની ઉપયોગિતા ઘટી છે. જો કે, વિજ્ઞાન અને ગણિતના અભ્યાસમાં ગણતરી માટે તે ઘણા ઉપયોગી છે.

**વ્યાખ્યા : ધારો કે $a \in R^+ - \{1\}$ $y \in R^+$, $x \in R$, જો $a^x = y$, તો $x$ની કિંમતને $a$ના આધાર પરનો $y$નો લઘુગણક કહે છે. તેને $\log_a y$ વડે દર્શાવાય છે. (વંચાય : $\log y$ આધાર $a$)**

$\therefore a^x = y$ તો અને તો જ $x = \log_a y$

ઉપરની વ્યાખ્યા પરથી આપણે તારણ કાઢી શકીએ કે :

(i) આપણે ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ $y$ માટે જ $\log y$ મેળવી શકીએ છીએ.

(ii) કોઈક $a \in R^+ - \{1\}$ માટે $\log_a 1 = 0$, કારણ કે $a^0 = 1$.

(iii) $a \in R^+ - \{1\}$ તો $\log_a a = 1$, કારણ કે $a^1 = a$.

(iv) જો $x \in R^+$, $y \in R^+$ માટે $\log_a x = \log_a y$, તો અને તો જ $x = y$.

**લઘુગણકના ગુણધર્મો**

નીચેના નિયમો આપણે સાબિતી વગર સ્વીકારીશું :

(1) જો $a \in R^+ - \{1\}$, તો $a^{\log_a x} = x \ (x \in R^+)$ અને $\log_a a^x = x \ (x \in R)$

(2) **ગુણાકારનો નિયમ :**

**પ્રમેય 1 : જો $a \in R^+ - \{1\}$, $x, y \in R^+$ માટે**

**$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$**

**ઉપનિયમ :** જો $x_1, x_2, x_3, ..., x_n \in R^+$ અને $a \in R^+ - \{1\}$ હોય, તો

$\log_a (x_1 x_2 x_3 ... x_n) = \log_a x_1 + \log_a x_2 + ... + \log_a x_n$

**પ્રમેય 2 : ભાગાકારનો નિયમ**

**જો $a \in R^+ - \{1\}$ અને $x, y \in R^+$, તો $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$.**

**ઉપપ્રમેય :** $\log_a \left(\frac{1}{y}\right) = -\log_a y$; $a \in R^+ - \{1\}$, $y \in R^+$

**પ્રમેય 3 : લઘુગણક માટે ઘાતનો નિયમ :**

**જો $a \in R^+ - \{1\}$, $x \in R^+$, $n \in R$, તો**

**$\log_a x^n = n \log_a x$.**

**ઉદાહરણ 1 :** સાદું રૂપ આપો :

(i) $\log_3 \left(\frac{17}{25}\right) + \log_3 \left(\frac{600}{119}\right) - \log_3 \left(\frac{8}{7}\right)$ (ii) $4\log_a \left(\frac{2}{7}\right) - 3\log_a \left(\frac{3}{49}\right) - \log_a \left(\frac{14}{9}\right)$

(iii) $\log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{16}}{4}\right) + \log_3 \left(\frac{\sqrt{27}}{81}\right)$

**ઉકેલ :** (i) $\log_3 \left(\frac{17}{25}\right) + \log_3 \left(\frac{600}{119}\right) - \log_3 \left(\frac{8}{7}\right)$

$$= \log_3 \left(\frac{17}{25} \times \frac{600}{119}\right) - \log_3 \left(\frac{8}{7}\right)$$

$$= \log_3 \left(\frac{17}{25} \times \frac{600}{119} \div \frac{8}{7}\right)$$

$$= \log_3 \left(\frac{17}{25} \times \frac{600}{119} \times \frac{7}{8}\right)$$

$$= \log_3 3 = 1$$

# Paragraph-11

**પુનરાવર્તનના અગત્યના મુદ્દાઓ**

- ગણ (Set) એ સુનિશ્ચિત વસ્તુઓનો સમુદાય છે.
- જે ગણમાં એક પણ સભ્ય ન હોય એવા ગણને ખાલીગણ (Null set) અથવા રિક્તગણ (Empty set) કહે છે.
- જે ગણમાં માત્ર એક જ સભ્ય હોય એવા ગણને એકાકીગણ (Singleton) કહે છે.
- $\in$ (માં હોવું) એ અવ્યાખ્યાયિત સંકેત છે.
- જો $x$ એ ગણ Aનો સભ્ય કે ઘટક હોય તો તે પરિસ્થિતિને $x \in$ Aથી દર્શાવાય.
- જો $x$ એ ગણ Aનો ઘટક ન હોય તો તે પરિસ્થિતિને $x \notin$ Aથી દર્શાવાય.
- જો કોઈ ગણની સભ્ય-સંખ્યા નિશ્ચિત ધન પૂર્ણાંક હોય તો તેને સાન્તગણ (Finite set) કહે છે અને જે ગણ સાન્ત ન હોય તેવા ગણને અનંતગણ (Infinite set) કહે છે. ખાલીગણ એ સાન્તગણ છે.
- જો ગણ Aનો પ્રત્યેક સભ્ય ગણ Bનો પણ સભ્ય હોય તો ગણ Aને ગણ Bનો ઉપગણ (Subset) કહે છે. આ પરિસ્થિતિને સંકેતમાં $A \subset B$થી દર્શાવાય.

**ઉપગણ વિશે અગત્યના મુદ્દાઓ :**

(1) ખાલીગણ એ પ્રત્યેક ગણનો ઉપગણ છે. સંકેતમાં પ્રત્યેક ગણ A માટે, $\emptyset \subset A$.

(2) પ્રત્યેક ગણ એ પોતાનો ઉપગણ છે. સંકેતમાં પ્રત્યેક ગણ A માટે $A \subset A$.

(3) જો કોઈ ગણ Aમાં $n$ ઘટકો હોય, તો Aના ઉપગણની સંખ્યા $2^n$ થાય.

(4) $N \subset Z \subset Q \subset R$

- સામાન્ય રીતે, કોઈ પણ પ્રશ્નના ઉકેલના સંદર્ભમાં આપણે કોઈ એક નિશ્ચિત ગણના સભ્યો અને તે ગણના ઉપગણોનો વિચાર કરીએ છીએ. આવો નિશ્ચિત ગણ તે પ્રશ્નના સંદર્ભમાં સાર્વત્રિક ગણ (Universal set) U તરીકે ઓળખાય છે.

  એક પ્રશ્નના સંદર્ભમાં જે સાર્વત્રિક ગણ હોય, એ બીજા પ્રશ્નના સંદર્ભમાં સાર્વત્રિક ગણ ન પણ હોય. ઉદાહરણ તરીકે ભૂમિતિમાં અવકાશ કે સમતલ સાર્વત્રિક ગણ છે. પૂર્ણાંકોના પરસ્પર સંબંધો માટે પૂર્ણાંકોનો ગણ Z એ સાર્વત્રિક ગણ છે. સુરેખ સમીકરણોના ઉકેલ માટે વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ગણ સાર્વત્રિક ગણ છે.
- સાર્વત્રિક ગણ U માં હોય પરંતુ આપેલ ગણ Aમાં ન હોય તેવા તમામ સભ્યોના ગણને (Uના સંદર્ભમાં) Aનો પૂરકગણ કહે છે અને તેને સંકેતમાં A' વડે દર્શાવાય છે.

  આથી $A' = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$

  આમ, ઉપરની વ્યાખ્યા પરથી આપણને નીચેનાં પરિણામો મળે :

  (1) $A \cup A' = U$ અને (2) $A \cap A' = \emptyset$
- જો બે ગણના ઘટકો સમાન (એકના એક જ) હોય તો તેઓ સમાન ગણ છે તેમ કહેવાય. જો ગણ Aનો પ્રત્યેક સભ્ય ગણ Bનો પણ સભ્ય હોય તથા ગણ Bનો પ્રત્યેક સભ્ય ગણ Aનો પણ સભ્ય હોય તો A અને B સમાન ગણ (Equal sets) છે તેમ કહેવાય. એટલે કે, $A \subset B$ અને $B \subset A$ તો $A = B$. જો A અને B સમાન ગણ હોય તો $A = B$ લખાય.

ઉદાહરણ તરીકે, આપેલ બે ગણ $A = \{x \mid x \in N, x < 5\}$ અને $B = \{1, 2, 3, 4\}$ માટે ગણ A તથા ગણ Bના ઘટકો 1, 2, 3, 4 મળે જે સમાન છે.

આથી, આપણે કહી શકીએ કે $A = B$.

- **જો ગણ Aનો પ્રત્યેક સભ્ય એ ગણ Bના એક અને માત્ર એક જ સભ્ય સાથે સંગત હોય તથા ગણ Bનો પ્રત્યેક સભ્ય ગણ Aના એક અને માત્ર એક સભ્ય સાથે સંગત હોય. તો ગણ A અને ગણ B વચ્ચે એક-એક સંગતતા (One-one correspondence) છે એમ કહેવાય અને A અને B સામ્ય ગણ (Equivalent sets) કહેવાય. A અને B સામ્ય ગણ છે તે પરિસ્થિતિને સંકેતમાં $A \sim B$થી દર્શાવાય.**
- **જો બે સાન્તગણ વચ્ચે એક-એક સંગતતા હોય, તો તે બે ગણની સભ્ય-સંખ્યા સમાન જ હોય.**
- **બે સમાન ગણ એ સામ્ય ગણ છે જ પરંતુ બે સામ્યગણ એ સમાન ગણ ન પણ હોય.**

ઉદાહરણ તરીકે, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$, તો $A \sim B$ પરંતુ $A \neq B$.

અનંતગણો માટે આવી પરિસ્થિતિ નથી.

ખરેખર તો $E = \{2, 4, 6, 8, ...\}$ તો $N \sim E$, કારણ કે N ના પ્રત્યેક ઘટક $n$ ને સંગત અનન્ય સંખ્યા $2n \in E$ છે તથા E ના પ્રત્યેક ઘટક $m$ ને સંગત અનન્ય સંખ્યા $\frac{m}{2} \in N$ છે. પરંતુ $E \subset N$.

## સ્વાધ્યાય

**1.** નીચે **(a)**માં આપેલ ગણને ખાલીગણ કે એકાકીગણ અને **(b)**માં આપેલ ગણને સમાન ગણ અથવા સામ્યગણમાં વર્ગીકૃત કરો :

(a) (1) $A = \{x \mid x \in Z, x + 1 = 0\}$

(2) $B = \{x \mid x \in N, x^2 - 1 = 0\}$

(3) $C = \{x \mid x \in N,$ $x$ એ 13 અને 17 વચ્ચેની અવિભાજ્ય સંખ્યા$\}$

(b) (1) $A = \{x \mid x \in N, x \leq 7\}$,

$B = \{x \mid x \in Z, -3 \leq x \leq 3\}$

(2) $A = \{x \mid x \in N,$ $x$ એ 2નો ગુણક છે, $x < 10\}$,

$B = \{x \mid x \in N,$ $x$ એ 10થી નાની યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$

**2.** ગણ $A = \{1, 2, 3\}$ના ઉપગણોની સંખ્યા શોધો તથા ગણ Aના તમામ ઉપગણો લખો.

**3.** જો $A = \{x \mid x \in Z, x^2 - x = 0\}$, $B = \{x \mid x \in N, 1 \leq x \leq 4\}$, તો $A \subset B$ કહી શકાય ? શા માટે ?

**4.** જો $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$, તો A' શોધો અને બતાવો કે $A \cup A' = U$.

# Paragraph-12

**1.** જો $p$ તથા $q$ પૂર્ણાંક હોય તથા $q$ શૂન્યેતર હોય તથા $r = \frac{p}{q}$ હોય તો $r$ ને સંમેય સંખ્યા કહે છે.

**2.** જો વાસ્તવિક સંખ્યા $s$ ને જ્યાં $p$ પૂર્ણાંક હોય, $q$ શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન દર્શાવી શકાય તો $s$ ને અસંમેય સંખ્યા કહે છે.

**3.** સંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ એ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત્ત હોય છે. વધુમાં જે સંખ્યાની દશાંશ અભિવ્યક્તિ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત હોય તે સંમેય સંખ્યા છે.

**4.** અસંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત હોય છે. વધુમાં જે સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત હોય, તે સંખ્યા અસંમેય સંખ્યા છે.

**5.** બધી સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓને એકત્રિત કરવાથી વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો સમૂહ બને છે.

**6.** સંખ્યારેખા પરના દરેક બિંદુને સંગત અનન્ય વાસ્તવિક સંખ્યા હોય છે અને દરેક વાસ્તવિક સંખ્યાને સંગત સંખ્યારેખા પર અનન્ય બિંદુ મળે છે.

**7.** જો $r$ સંમેય સંખ્યા હોય અને $s$ અસંમેય સંખ્યા હોય તો $r+s$ અને $r-s$ અસંમેય સંખ્યા છે તથા શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા $r$ માટે $r.s$ અને $\frac{r}{s}$ અસંમેય સંખ્યા થાય છે.

**8.** નીચેના ગુણધર્મો ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ $a$ અને $b$ માટેના છે.

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

(iii) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right) = a-b$

(iv) $\left(a+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{b}\right) = a^2-b$ (v) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a+2\sqrt{ab}+b$

**9.** $\frac{1}{\sqrt{a}+b}$ ના છેદનું સંમેયીકરણ કરવા માટે તેનો $\frac{\sqrt{a}-b}{\sqrt{a}-b}$ વડે ગુણાકાર કરવો જોઈએ. $a$ અને $b$ પૂર્ણાંક છે.

**10.** જો $a>0$ એક વાસ્તવિક સંખ્યા હોય અને $p$ અને $q$ સંમેય સંખ્યા હોય, તો

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $\left(a^p\right)^q = a^{pq}$ (iii) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p b^p = (ab)^p$

# Paragraph-13

1. ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 360° થાય છે.

2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેને બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરે છે.

3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં,

   (i) સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય છે. (ii) સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે.

   (iii) વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે.

4. જો ચતુષ્કોણમાં (i) સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય અથવા (ii) સામસામેના ખૂણાઓ સમાન હોય અથવા (iii) વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે અથવા (iv) સામસામેની બાજુઓની કોઈપણ એક જોડની બાજુઓ સમાન અને સમાંતર હોય, તો તે ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

5. લંબચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે અને સમાન છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.

6. સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.

7. ચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે અને સમાન છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.

8. ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ એ ત્રીજી બાજુને સમાંતર છે અને તેનાથી અડધો છે.

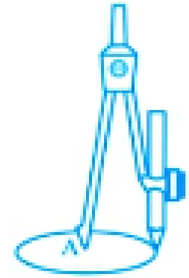
9. ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને બીજી બાજુને સમાંતર રેખા ત્રીજી બાજુને દુભાગે છે.

10. ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

# Paragraph-14

## વર્તુળ અને તેને સંબંધિત પદો : એક સમીક્ષા

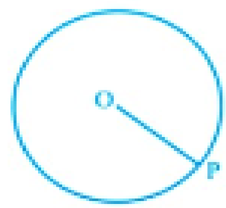
એક પરિકર લો અને તેમાં પેન્સિલ ભરાવો. કાગળ પરના એક બિંદુએ તેનો અણીવાળો ભાગ મૂકો. બીજા છેડાને થોડાક અંતર સુધી ખુલ્લો કરો. અણીવાળા છેડાને તે જ બિંદુએ રહેવા દઈ, બીજા છેડાને એક પૂર્ણ પરિભ્રમણ કરાવો. કાગળ ઉપર પેન્સિલથી કેવી બંધ આકૃતિ દોરાઈ? તમે જાણો છો કે તે વર્તુળ છે. (જુઓ આકૃતિ 10.2.) તમને વર્તુળ કેવી રીતે મળ્યું ? તમે એક બિંદુ નિશ્ચિત કર્યું (આકૃતિ10.2 માં A) અને A થી એક નિશ્ચિત અંતરે આવેલાં બધાં બિંદુઓ મેળવ્યાં. માહિતી પરથી આપણને નીચેની વ્યાખ્યા મળે છે :



આકૃતિ 10.2

*સમતલના એક નિશ્ચિત બિંદુથી નિશ્ચિત અંતરે આવેલાં તે સમતલનાં બિંદુઓના સમૂહને વર્તુળ કહે છે.*

નિશ્ચિત બિંદુને વર્તુળનું ***કેન્દ્ર** (centre)* અને નિશ્ચિત અંતરને વર્તુળની ***ત્રિજ્યા** (radius)* કહે છે. આકૃતિ10.3 માં O કેન્દ્ર છે અને OP ની લંબાઈને તે વર્તુળની ત્રિજ્યા કહે છે.



આકૃતિ 10.3

નોંધ : આપણે નોંધીશું કે, કેન્દ્ર અને વર્તુળના કોઈ પણ બિંદુને જોડતા રેખાખંડને પણ વર્તુળની ત્રિજ્યા કહેવાય. એટલે કે 'ત્રિજ્યા' શબ્દ નો બે અર્થમાં ઉપયોગ કરીશું : રેખાખંડ તરીકે અને તેની લંબાઈ તરીકે પણ.

તમે ધોરણ VI માં નીચેની કેટલીક સંકલ્પનાઓ વિશે અગાઉથી પરિચિત થયાં છો. આપણે તેમને માત્ર યાદ કરીએ.

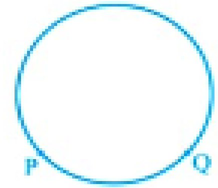
વર્તુળ જે સમતલમાં આવેલું છે તેને ત્રણ ભાગમાં વિભાજિત કરે છે. તે (i) ***વર્તુળની અંદરનો ભાગ** (interior)*(ii) વર્તુળ અને (iii) ***વર્તુળની બહારનો ભાગ** (exterior)* (જુઓ આકૃતિ10.4.) વર્તુળ અને તેનો અંદરનો ભાગ મળીને ***વર્તુળાકાર પ્રદેશ** (circular region)* બનાવે છે.

આકૃતિ 10.4

જો તમે વર્તુળ પર બે બિંદુઓ P અને Q લો, તો રેખાખંડ PQ ને વર્તુળની ***જીવા** (chord)* કહે છે. (જુઓ આકૃતિ 10.5.) જે જીવા વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે, તે જીવાને વર્તુળનો ***વ્યાસ** (diameter)* કહે છે. ત્રિજ્યાની માફક, વ્યાસ શબ્દનો પણ બે અર્થમાં ઉપયોગ થાય છે, રેખાખંડ તરીકે અને તેની લંબાઈ માટે. શું તમે વર્તુળના વ્યાસ કરતાં મોટી બીજી કોઈ જીવા શોધી શકશો ? ના, તમે જોઈ શકશો કે વ્યાસ એ વર્તુળની મોટામાં મોટી જીવા છે અને બધા વ્યાસની લંબાઈ સરખી હોય છે. તે ત્રિજ્યા કરતા બમણી હોય છે. આકૃતિ10.5માં AOB એ વર્તુળનો વ્યાસ છે. વર્તુળને કેટલા વ્યાસ હોય છે? એક વર્તુળ દોરો અને જુઓ કે તમે કેટલા વ્યાસ શોધી શકો છો.

આકૃતિ 10.5

વર્તુળ પરનાં બે બિંદુઓ વચ્ચેના વર્તુળના ભાગને વર્તુળનું ***ચાપ** (arc)* કહે છે. આકૃતિ 10.6 માં બિંદુઓ P અને Q વચ્ચેના વર્તુળની ભાગની તરફ જુઓ. તમને ત્યાં બે ભાગ મળશે એક મોટો અને બીજો નાનો. (જુઓ આકૃતિ 10.7) વર્તુળના મોટા ભાગને ***ગુરુચાપ** (major arc)* PQ અને નાના ભાગને ***લઘુચાપ** (minor arc)* PQ કહે છે. લઘુચાપ PQ ને $\overset{\frown}{PQ}$ વડે અને જો R એ P તથા Q વચ્ચેનું ગુરુચાપનું કોઈ બિંદુ હોય તો ગુરુચાપ PQ ને $\overset{\frown}{PRQ}$ વડે દર્શાવાય છે. જો કાંઈ પણ દર્શાવવામાં ન આવ્યું હોય, તો ચાપ PQ અથવા $\overset{\frown}{PQ}$ ને લઘુચાપ



આકૃતિ 10.6

PQ સમજીશું. જ્યારે P અને Q એ વ્યાસનાં અંત્યબિંદુઓ હોય, ત્યારે બંને ચાપ સમાન છે અને તેમને **અર્ધવર્તુળ** *(semi circle)* કહે છે.

વર્તુળની પૂર્ણ લંબાઈને **પરિઘ** *(circumference)* કહે છે. જીવા અને તેનાં બંનેમાંથી કોઈ પણ ચાપ વચ્ચેના પ્રદેશને વર્તુળાકાર પ્રદેશનો **વૃત્તખંડ** *(segment)* અથવા સરળ રીતે વર્તુળનો વૃત્તખંડ કહે છે. તમે બે પ્રકારના વૃત્તખંડ પણ શોધી શકશો. તે **ગુરુવૃત્તખંડ** *(major segment)* અને **લઘુવૃત્તખંડ** *(minor segment)* છે. (જુઓ આકૃતિ 10.8.) ચાપ અને વર્તુળના કેન્દ્રથી ચાપના બંને અંત્યબિંદુઓને જોડતી બે ત્રિજ્યાઓ વચ્ચેના વર્તુળાકાર પ્રદેશના ભાગને **વૃત્તાંશ** *(sector)* કહે છે. વૃત્તખંડની માફક, તમે લઘુચાપને સંગત **લઘુવૃત્તાંશ** અને ગુરુચાપને સંગત **ગુરુવૃત્તાંશ** શોધી શકશો. આકૃતિ 10.9 માં પ્રદેશ OPQ એ લઘુવૃત્તાંશ અને વૃત્તીય પ્રદેશનો બાકીનો, ભાગ ગુરુવૃત્તાંશ છે. જ્યારે બંને ચાપ સમાન હોય એટલે કે પ્રત્યેક અર્ધવર્તુળ હોય ત્યારે બંને વૃત્તખંડ અને બંને વૃત્તાંશ સમાન હોય છે તથા પ્રત્યેકને **અર્ધવૃત્તીય પ્રદેશ** *(semicircular region)* કહે છે.

આકૃતિ 10.7

આકૃતિ 10.8

આકૃતિ 10.9

# Paragraph-15

1. લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ $= 2(lb + bh + hl)$

2. સમઘનનું પૃષ્ઠફળ $= 6a^2$

3. નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\pi rh$

4. નળાકારની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ $= 2\pi r(r + h)$

5. લંબવૃત્તીય શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= \pi rl$

6. લંબવૃત્તીય શંકુનું કુલ પૃષ્ઠફળ $= \pi rl + \pi r^2$, i.e., $\pi r(l + r)$

7. $r$ ત્રિજ્યાવાળા ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

8. અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\pi r^2$

9. અર્ધગોળાની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ $= 3\pi r^2$

10. લંબઘનનું ઘનફળ $= l \times b \times h$

11. સમઘનનું ઘનફળ $= a^3$

12. નળાકારનું ઘનફળ $= \pi r^2 h$

13. શંકુનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

14. ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

15. અર્ધગોળાનું ઘનફળ $= \frac{2}{3}\pi r^3$

[અહીં, મૂળાક્ષરો $l$, $b$, $h$, $a$, $r$ તેમના પ્રચલિત અર્થમાં વાપરવામાં આવ્યા છે. તેનું અર્થઘટન સંદર્ભ પ્રમાણે કરવું.]